

## PRILOG 2

za IV. Razred  
Zanimanje : EKONOMIST / ICA

Nastavno pismo:

NASTAVNI PREDMET

### **STATISTIKA**

Nastavna cjelina:

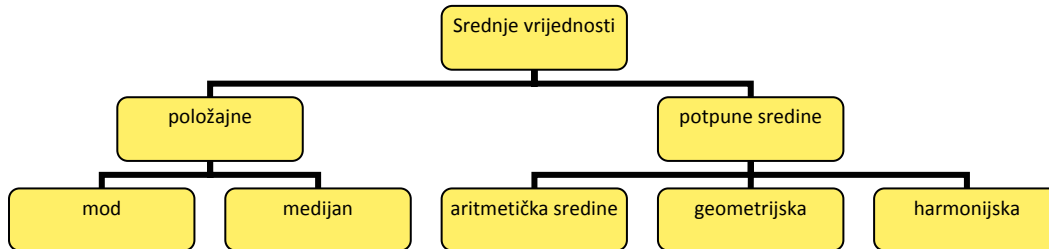
**Srednje vrijednosti**

**Autor: Suzana Mikulić**

Split, 2009.

### 3.Srednje vrijednosti

Srednje vrijednosti su konstante kojima se predočuju nizovi varijabilnih podataka. To su vrijednost statističkog obilježja oko koje se grupiraju podaci statističkog niza. Razlikuju se prema načinu određivanja, svojstvima i mogućnostima primjene.



#### 3.1. Mod

Mod je oblik kvalitativnog ili kvantitativnog obilježja koji se najčešće pojavljuje, odnosno oblik obilježja s najvećom frekvencijom. Kod nominalnih obilježja mod se određuje brojanjem.

##### Primjer :

Podaci o prodaji sportskih majica Polet. Model je u tri boje: bijelo (A), crna (B) i siva (C). Evidencije u jednom tjednu prodaje su:

A C C A B A C A B C A A B B C B A A C C B A A B C C B C A A

Znači prodano je 30 majica, 12 bijelih, 8 crnih i 10 sivih.

Mod je "bijela boja" jer se taj oblik nominalnog obilježja pojavljuje s najvećom frekvencijom.

$M_o = \text{bijela boja}$

##### Primjer – grupirani kvalitativni podaci:

##### Učenici prema ocjenama iz statistike

Ocijena	Broj učenika
nedovoljan	10
dovoljan	50
<b>dobar</b>	<b>75</b>
vrlo dobar	32
odličan	7
ukupno	174

Najveća frekvencija u nizu je 75, a nasuprot njoj je oblik obilježja "dobar". Prema tome je  $M_o = \text{dobar}$

**Primjer – negrupirani podaci numeričkog prekidnog obilježja:**

Broj odsutnih s nastave u jednom danu u 30 razreda srednje škole

2 3 3 7 6 3 2 4 5 1 5 2 3 1 1 3 1 2 4 3 4 7 2 1 3 4 2 2 7 2

Grupiranjem ovih podataka dobivena je distribucija:

Broj odsutnih $x_i$	Broj razreda $f_i$
1	5
2	8
<b>3</b>	<b>9</b>
4	4
5	2
6	1
7	1
Ukupno:	30

Najveća frekvencija u nizu je 9 i pripada obliku numeričkog obilježja 3, pa je  $M_o = 3$  odsutna.

Toga dana najčešće su po razredu bila odsutna 3 učenika.

**U distribuciji frekvencije s razredima** mod se ne može pronaći na opisani način jer nisu poznate vrijednosti obilježja svake jedinice. Zbog toga najprije utvrđujemo **modalni razred**.

- u distribuciji frekvencije s jednakim veličinama razreda, modalni je razred onaj s najvećom frekvencijom
- u distribuciji frekvencije s razredima nejednakih veličina, modalni je razred onaj s najvećom korigiranom frekvencijom

**Za računanje moda rabi se izraz:**

$$M_o = L_i + \frac{(b - a)}{(b - a) + (b - c)} * i$$

Li- donja prava granica modalnog razreda

b- najveća korigirana frekvencija (tj. frekvencija)

a- korigirana frekvencija ispred frekvencije modalnog razreda

c- korigirana frekvencija iza frekvencije modalnog razreda

i – veličina modalnog razreda

Primjer: Zaposleni u hotelima i restoranima u RH prema starosti, stanje 31.ožujka 2002.

Starost	Broj zaposlenih	Veličina razreda	Korigirane frekvencije
18-25	2193	7	313,3
25-35	6439	10	643,9
35-40	4867	5	973,4
40-45	5992	5	<b>1198,4 a</b>
<b>45-50</b>	6949	<b>5</b>	<b>1389,2 b</b>
50-(70)	6246	20	<b>312,3 c</b>
Ukupno:	32683	-	-

Najčešća starost zaposlenih u hotelima i restoranima u RH 31.ožujka 2002. godine bila je 45,75 godina.

### **Grafički prikaz moda**

Distribucija se prikazuje histogramom na kojemu je naznačen položaj moda.

### **3.2. Medijan**

**Medijan** je vrijednost obilježja koja uređeni niz podataka dijeli na dva istobrojna dijela. Utvrđuje se samo za numeričke i redosljedne nizove.

### **Negrupirani podaci**

- potrebno je najprije poredati podatke prema veličini od najmanjeg do najvećeg
- bitno je utvrditi da li je broj podataka paran ili neparan

### Primjer: ako je paran broj podataka

- 26 potrošača ocijenilo je BONO sok od 1-10
- $X_i$ : 1 2 2 3 3 3 4 4 4 5 5 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 9 9 10 10
- $N=26$  paran broj
- medijan je jednak poluzbroju vrijednosti obilježja središnjih dvaju članova uređenog niza

$$M_e = \frac{x_{r_1} + x_{r_2}}{2} \quad r_1 = \frac{1}{2}N \quad r_2 = \frac{1}{2}N + 1 \quad M_e = \frac{6+6}{2} = 6$$

**Tumačenje:** polovina anketiranih ili 50% ocijenili su BONO sok ocjenom 6 i manje od 6, a druga polovica sa ocjenom većom od 6

### Primjer: broj podataka neparan

- $X_i$ : 2 2 2 3 3 3 4 4 4 5 5 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 9 9 9
- $N=23$  neparan broj
- $r$  – redni broj podataka

$$r = \frac{N+1}{2} = \frac{23+1}{2} = 12 \quad M_e = x_r = x_{12} \quad M_e = 6$$

Medijalna ocjena je 6.

### Distribucija frekvencije

- potrebno je formirati kumulativni niz
- odrediti  $r$ -tu jedinicu
- pronaći kumulativnu frekvenciju koja obuhvaća  $r$ -tu jedinicu
- utvrditi vrijednost prekidnog obilježja kojoj pripada spomenuta kumulativna frekvencija tj. medijan distribucije

**Primjer: distribucija frekvencije – N paran broj**

Ocijena	Broj potrošača	Kumulativni niz
1	1	1
2	2	3
3	3	6
4	3	9
5	2	11
6	3	14
7	4	18
8	3	21
9	3	24
10	2	26
Ukupno:	26	-

Potrebno je formirati kumulativni niz i odrediti r-tu jedinicu.

$$r_1 = \frac{1}{2}N = \frac{26}{2} = 13 \quad r_2 = \frac{1}{2}N + 1 = 14$$

Medijan je poluzbroj ocjena 13og i 14og potrošača.

$$M_e = \frac{x_{r_1} + x_{r_2}}{2} = \frac{x_{13} + x_{14}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$$

Medijalna ocjena je 6.

**Primjer: distribucija frekvencije – N neparan broj**

Ocijena	Broj potrošača	Kumulativni niz
2	2	2
3	3	5
4	3	8
5	2	10
6	3	13
7	4	17
8	3	20
9	3	23
Ukupno:	23	-

Potrebno je formirati kumulativni niz te odrediti r-tu jedinicu. Nakon toga treba pronaći prvu kumulativnu frekvenciju koja obuhvaća r-tu jedinicu.

$$r_2 = \frac{1}{2}(N + 1) = \frac{24}{2} = 12 \quad M_e = x_r \quad M_e = x_{12} = 6$$

Vrijednost prekidnog obilježja kojoj pripada spomenuta kumulativna frekvencija je medijan distribucije.

### Distribucija frekvencija s razredima

- potrebno je odrediti kumulativni niz
- potrebno je utvrditi medijalni razred –onaj gdje frekvencija prvi put obuhvaća vrijednost ( ako je N paran broj) ili  $\frac{N}{2}$  ( ako je N neparan broj )  $\frac{N + 1}{2}$
- medijan izračunavamo izrazom

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_i}{f_{med}} * i$$

L1- donja granica medijalnog razreda

$\sum f_i$ - zbroj frekvencija do medijalnog razreda ( kumulativna frekvencija ispred kumulativne frekvencije medijalnog razreda)

$f_{med}$  - frekvencija medijalnog razreda

i – veličina medijalnog razreda

### Primjer: Sklopljeni brakovi u RH u 2002.god. prema starosti nevjeste

Starost nevjeste	Sklopljeni brakovi	Kumulativni niz	Veličina razreda
$X_i$	$f_i$	$K_i$	$i$
15-20	2263	2263	5
20-25	8661	10924	5
<b>25-30</b>	<b>6895</b>	<b>17879</b>	<b>5</b>
30-35	2446	20265	5
35-45	1456	21721	10
45-80	1073	22794	35
Ukupno:	<b>22794</b>	-	

$$N/2=22794/2=11397$$

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_i}{f_{med}} * i = 25 + \frac{11397 - 10924}{6895} * 5 = 25,34$$

**Tumačenje:** Kod polovine sklopljenih brakova u RH u 2002. god. nevjesta je imala 25,34 godina i manje, dok je kod preostale polovine brakova nevjesta bila starija od 25,34 godine.

### Grafički prikaz medijana

- postupak se temelji na uporabi linijskog grafikona kumulativnog niza
- prikaz se zove **KUMULANTA**

### 3.3. Aritmetička sredina

Aritmetička sredina pripada skupini potpunih srednjih vrijednosti i najčešće se upotrebljava. Ona je omjer zbroja svih vrijednosti numeričkog obilježja jednog niza i broja elemenata tog niza. Zbroj vrijednosti numeričkog niza nazivamo još **TOTAL**, pa je aritmetička sredina omjer totala i broja članova niza.

### Negrupirani podaci

Aritmetička sredina negrupiranih podataka naziva se još **jednostavna aritmetička sredina** i računa se formulom

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N}$$

### Primjer: negrupirani podaci

Npr. blagajnička vrpca u prodavaonici prehrambenih proizvoda sa slijedećim iznosima

$X_i$ : 107,86 42,78 25,63 73,21 98,76 152,38 38,96 67,13 109,76 54,33

$N=10$

$\Sigma x_i=770,8$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{770,8}{10} = 77,08$$

**Tumačenje:** prosječni dnevni račun prodaje iznosi 77,08 Kn (najmanji račun iznosi 25,63, najveći 152,38, aritmetička sredina je između tih vrijednosti).



## Grupirani podaci

Aritmetička sredina grupiranih podataka naziva se **vagana ili ponderirana aritmetička sredina**. Pri računanju aritmetičke sredine distribucije frekvencije nije nužno raspolagati frekvencijama, dopuštena je upotreba relativnih frekvencija.

**Vagana ili ponderirana aritmetička sredina računa se formulom:**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{N}$$

### Primjer: grupirani podaci

Učenici srednje ekonomske škole u gradu S, razred d, šk.god.2003/2004.

Završna ocjena	Broj učenika	Stupac 2x1
$x_i$	$f_i$	$f_i x_i$
2	8	16
3	13	39
4	7	28
5	2	10
Ukupno:	30	93

Izvor: Podaci su simulirani

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} = \frac{8 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{8 + 13 + 7 + 2} = \frac{93}{30} = 3,1$$

**Tumačenje:** Prosječna završna ocjena iz predmeta Statistika za izabranih 30 učenika je 3,1.

## Distribucija frekvencije s razredima

Ovdje aritmetičku sredinu računamo kao vaganu aritmetičku sredinu u kojoj su ponderi frekvencije ili relativne frekvencije, a vrijednosti obilježja u razredima dane su razrednim sredinama.

**Primjer: distribucija frekvencije s razredima – neprekidno numeričko obilježje ( razredi nisu jednakih veličina)**

### Zaposlene žene u građevinarstvu u RH 31.03.2002.

Starost	Broj žena	Razredna sredina	Stupac 3x2	Relativna frekvencija	Stupac 5x3
xi	fi	xi	fi xi	fri	fri xi
(18)-25	597	21,5	12835,5	7,271	156,321
25-30	1042	27,5	28655,0	12,690	348,983
30-35	1113	32,5	36172,5	13,555	440,537
35-40	1355	37,5	50812,5	16,502	618,834
40-45	1691	42,5	71867,5	20,594	875,259
45-50	1436	47,5	68210,0	17,489	830,715
50-56	977	57,5	56177,5	11,899	684,174
<b>Ukupno:</b>	<b>8211</b>	-	<b>324731,0</b>	<b>100</b>	<b>3954,823</b>

Izvor: Statistički ljetopis RH, 2003. god., str.142

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_7 x_{k7}}{f_1 + f_2 + \dots + f_7} = \frac{324731}{8211} = 39,55$$

Kod distribucije frekvencije s razredima gdje veličina razreda je različita od 1 , izračunata aritmetička sredina je procjena ( za xi uzeta je razredna sredina ).

**tumačenje:** Prosječna starost žena zaposlenih u građevinarstvu RH je 39,55 godina.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k fr_i x_i}{\sum_{i=1}^k fr_i} = \frac{fr_1 x_1 + fr_2 x_2 + \dots + fr_7 x_{k7}}{fr_1 + fr_2 + \dots + fr_7} = \frac{3954,823}{100} = 39,55$$

Ako se umjesto apsolutnih , zadane relativne frekvencije dobit ćemo jednak rezultat.

### Pitanja i zadaci za vježbu:

1. Nabroji srednje vrijednosti \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. Što je mod i kako se tumači? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
3. Što je medijan i kako se tumači? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
4. Što je aritmetička sredina i kako se tumači? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5. Izvršili smo mjerenje učenika u razredu prema težini. Podaci su bili:
- |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 52 | 54 | 42 | 48 | 48 | 53 | 54 | 57 | 59 | 62 |
| 43 | 47 | 64 | 42 | 41 | 45 | 47 | 48 | 52 | 53 | 59 |

iz negrupiranih podataka izračunaj srednje vrijednosti i tumači dobivene vrijednosti.

6. Za distribuciju obrtničkih radionica prema broju zaposlenih u Splitsko dalmatinskoj županiji izračunate su ove veličine:

$$\bar{x} = 5 \quad M_o = 5 \quad M_e = 5 \quad N = 256$$

tumači izračunate veličine \_\_\_\_\_

7. Nepismeno stanovništvo staro 10 i više godina u Splitu bilo je:

Starost u godinama	Broj nepismenih u 000
10-15	17
15-20	23
20-30	62
30-40	92
40-50	280
50-80	520

Izračunaj srednje vrijednosti i objasni dobivene rezultate

## LITERATURA:

Hrvoje Šošić: Statistika

## SADRŽAJ

<b>3.1.Mod.....</b>	<b>2 - 4</b>
<b>3.2.Medijan.....</b>	<b>4 - 8</b>
<b>3.3.Aritmetička sredina.....</b>	<b>8 - 10</b>
<b>Pitanja i zadaci za vježbu.....</b>	<b>11</b>
<b>Literatura.....</b>	<b>12</b>
<b>Sadržaj.....</b>	<b>12</b>